

© Д.Л. Колосов¹, О.М. Долгов¹, С.В. Онищенко¹, О.І. Білоус², Г.І. Танцура²

¹ Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», Дніпро, Україна

² Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське, Україна

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН БАГАТОШАРОВОГО ВАНТОВОГО КАНАТА З РОЗРИВОМ ТРОСА В ПЕРЕРІЗІ ПРИЄДНАННЯ ДО СПОРУДИ

© D. Kolosov¹, O. Dolgov¹, S. Onyshchenko¹, O. Bilous², H. Tantsura²

¹ Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine

² Dniprovsk State Technical University, Kamianske, Ukraine

STRESS-STRAIN STATE OF A MULTI-LAYER STAY ROPE WITH A CABLE BREAKAGE IN CROSS-SECTION OF CONNECTION TO A STRUCTURE

Мета. Розробка методу розрахунку напружено-деформованого стану багатошарового вантового каната з ушкодженням тросом в перерізі приєднання до споруди.

Методика. Розв'язання відомої моделі взаємодії паралельних тросів, з'єднаних еластичним матеріалом для випадку розриву неперервності одного троса в перерізі приєднання до споруди. Метод розрахунку є аналітичним та побудованим на положеннях механіки пружного тіла. Отримані результати, в межах лінійної постановки, можна вважати достатньо достовірними.

Результати. Розроблено метод розрахунку напружено-деформованого стану багатошарового вантового каната з ушкодженням тросом. Встановлено, що розрив неперервності одного троса призводить до суттєвої зміни внутрішніх навантажень лише тросів, суміжних з ушкодженням. Більші зміни максимальних навантажень тросів виникають у разі розриву неперервності кутового троса, найменші – у разі розриву центрального. Характери залежності коефіцієнтів навантаження тросів від їх кількості в канаті з ушкодженням кутовим та центральним тросом якісно збігаються. Сформульована умова міцності багатошарового вантового каната з ушкодженням тросом. Встановлено залежність максимальних коефіцієнтів навантаження тросів ванти з ушкодженням центральним та кутовим тросом від кількості шарів тросів та тросів в шарах.

Наукова новизна. Розроблено аналітичний алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану багатошарового тягового органа з комплексним урахуванням його конструкції, механічних властивостей його складових з ушкодженням довільним тросом.

Практична значущість. Розроблений метод дозволяє оцінювати вплив розриву довільного троса на тягову спроможність ванти та враховувати це в процесі проектування, чим підвищити надійність капітальної споруди, включно вантового мосту. Розроблений метод визначення показників напружено-деформованого стану ванти та лінійна постановка задачі дозволяють шляхом пропорційного складання двох станів визначати напружений стан, коли один трос має проковзування у вузлі приєднання до споруди.

Ключові слова: багатошаровий вантовий канат, напружено-деформований стан, розрив троса, переріз приєднання до споруди.

Вступ. Прольотні конструкції вантового мосту утримуються вантами. Об'єктивно, можливе руйнування будь-якого елемента армування, впливає на властивості композитного каната. Відповідно, втрата тягової спроможності вантового каната впливає на надійність мостової споруди. Урахування величини можливої втрати тягової спроможності ванти – актуальна задача, її розв'язання забезпечить достатню надійність вантового мосту.

Аналіз стану питання. Композитний вантовий канат можна розглядати як багатошаровий, наприклад, гумотросовий. Вплив розривів тросів на тягову спроможність стрічки конвеєра досліджено у роботі [1]. Такий вплив досліджувався для каната врівноважування [2] та в канаті, намотаному на приводну бобіну підйомної машини [3]. В дослідженні [4] встановлено закономірності руйнування оболонки з композитів. В [5] обґрунтовано метод визначення міцності багатошарових анізотропних циліндрів за критеріями руйнування. Взаємодія тягових волокон вантового каната забезпечується матрицею. В ній виникають напруження зсуву. За досягнення деякого рівня можливе відшарування еластичної оболонки від волокна. Такого висновку досягнуто в публікаціях [6, 7]. Прогнозуванню надійності гумо-кордних муфт трубопроводів присвячено дослідження [8]. Напружено-деформований стан конвеєрної стрічки з тросами різної жорсткості та з ушкодженнями досліджено в статті [9]. Напружений стан стикових з'єднань стрічок конвеєрів розглянуто в роботі [10]. В статті [11] досліджено вплив розриву троса на напружений стан гумотросового вантового каната. В роботі [12] виконано дослідження напружено-деформованого стану композитного каната з урахуванням впливу нелінійності його деформування та розриву елемента армування.

В наведених роботах не досліджено питання взаємного впливу паралельно і регулярно розташованих в шарах волокон армування та шарів вантового каната на напружений стан ванти з ушкодженням елемента армування.

Основна частина дослідження. Для вантового каната за методикою [11], з урахуванням характеру укладання тросів в канаті, прийнято рішення формулювати рівняння рівноваги тросів в наступній формі

$$u_{i,j} = \left(\begin{array}{l} \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} \left[\left(A_{m,n} e^{\beta_{m,n} z} + B_{m,n} e^{-\beta_{m,n} z} \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(\mu_m (i-0,5)) \cos(\chi_n (j-0,5)) \right] + \\ + \sum_{m=1}^{M-1} \left(A_{m,m} e^{\beta_{m,m} z} + B_{m,m} e^{-\beta_{m,m} z} \right) \cos(\mu_m (i-0,5)) + \\ + \sum_{n=1}^{N-1} \left(A_{n,n} e^{\beta_{n,n} z} + B_{n,n} e^{-\beta_{n,n} z} \right) \cos(\chi_n (j-0,5)) \end{array} \right) + \frac{P z}{E F} + \delta, \quad (1)$$

де M, N – відповідно, кількість волокон в кожному шарі та кількість шарів у ванті; δ – переміщення тягового органа як жорсткого тіла; $A_{m,n}, B_{m,n}, A_{m,m}, B_{m,m}$,

A_n, B_n – масиви сталих коефіцієнтів; z – вісь, спрямована вздовж ванти; P – зовнішнє навантаження, що припадає на один трос армування ванти; E, F – приведені значення модуля пружності та площа перерізу троса, відповідно; $\mu_m = \frac{\pi m}{M}, \chi_n = \frac{\pi n}{N}$; i, j – поточний номер троса та шару його розташування; a, b – кроки розташування тросів в шарах та шарів у ванті; d – діаметр троса; G – модуль зсуву матеріалу матриці;

$$\beta_{m,n} = \sqrt{\frac{2G}{E F} \left(\frac{k_{G_a} a}{b-d} (1 - \cos(\mu_m)) + \frac{k_{G_b} b}{a-d} (1 - \cos(\chi_n)) + 2(1 - \cos(\mu_m) \cos(\chi_n)) \right)}$$

$$\beta_m = \sqrt{\frac{2G}{E F} \left(\frac{k_{G_a} a}{b-d} (1 - \cos(\mu_m)) + 2(1 - \cos(\mu_m)) \right)}; \beta_n = \sqrt{\frac{2G}{E F} \left(\frac{k_{G_b} b}{a-d} (1 - \cos(\chi_n)) + 2(\cos(\chi_n) - 1) \right)}$$

$$k_{G_a} = \frac{a(b-d)}{2 \left[\int_0^{d/2} \left(b-d + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - x^2} \right) dx + \int_{d/2}^a b dx \right]}; k_{G_b} = \frac{b(a-d)}{2 \left[\int_0^{d/2} \left(a-d + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2} \right) dy + \int_{d/2}^b a dy \right]}$$

За законом Гука, з виразу (1), розподіл сил поміж тросами

$$P_{i,j} = E F \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} \left[\left(A_{m,n} e^{\beta_{m,n} z} - B_{m,n} e^{-\beta_{m,n} z} \right) \beta_{m,n} \times \cos(\mu_m (i-0,5)) \cos(\chi_n (j-0,5)) \right] + \sum_{m=1}^{M-1} \left(A_m e^{\beta_m z} - B_m e^{-\beta_m z} \right) \beta_m \cos(\mu_m (i-0,5)) + \sum_{n=1}^{N-1} \left(A_n e^{\beta_n z} - B_n e^{-\beta_n z} \right) \beta_n \cos(\chi_n (j-0,5)) \right) + P. \quad (2)$$

Максимальні дотичні напруження виникають в прошарках матриці поміж тросами з мінімально відстанню

$$\tau_{i,j} = \frac{2Gk_{G_a}}{b-2d} (u_{i,j} - u_{i,j+1}). \quad (3)$$

Розглянемо ванту з довільним ушкодженим тросом в перерізі приєднання до споруди, в перерізі $z = 0$. Вісь z спрямована вздовж ванти. Ушкоджений трос будемо вважати I -тим в J -тому шарі. Кількість волокон в шарах та кількість шарів будемо позначати як це позначено вище. Сформулюємо граничні умови взаємодії ванти зі спорудою. В перерізі приєднання ванти, в загальному випадку, не має бути переміщень її волокон. Разом з тим ушкоджений трос не обмежений в переміщенні. На нього не діє зовнішнє навантаження. Його переріз $z = 0$ перемістився відносно перерізів інших елементів на невідому величину U_0 внаслідок подовжень приєднаних до споруди елементів армування. Сформулюємо особливості деформування та навантаження елементів армування в наступній формі

$$\text{В перерізі } z = 0 \quad u_{i,j} = U_0 \begin{cases} 0 & i \neq I \vee j \neq J \\ 1 & i = I \wedge j = J \end{cases} \quad (4)$$

$$p_{I,J} = 0. \quad (5)$$

В мостобудуванні використовують ванти значної довжини. Об'єктивно, що з безмежним зростанням координати z переміщення, внутрішні сили, що виникають в елементах армування ванти, не зростають безмежно. Забезпечимо таку особливість розподілу сил та переміщень у ванті. Прийmemo

$$A_{m,n} = A m_m = A n_n = 0. \quad (6)$$

Умова (4) має форму δ -функції Дірака. Врахуємо (6), прирівняємо (1) в перерізі $z = 0$ до функції Дірака. Знайдемо вирази елементів масивів сталих коефіцієнтів та переміщення ванти як жорсткого тіла

$$B_{m,n} = \frac{4 U_0}{M N} \cos(\mu_m(I-0,5)) \cos(\chi_n(J-0,5)); \quad B m_m = \frac{2 U_0}{M N} \cos(\mu_m(I-0,5));$$

$$B n_n = \frac{2 U_0}{M N} \cos(\chi_n(J-0,5)); \quad \delta = \frac{U_0}{M N}.$$

Врахуємо отримані вирази елементів масивів сталих, значень окремих коефіцієнтів (6), граничну умову (5) та знайдемо невідоме переміщення перерізу ушкодженого троса

$$U_0 = \frac{P M N}{2 E F} \left(\sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} 2 B_{m,n} \beta_{m,n} \cos^2(\mu_m(I-0,5)) \cos^2(\chi_n(J-0,5)) + \sum_{m=1}^{M-1} B m_m \beta m_m \cos^2(\mu_m(I-0,5)) + \sum_{n=1}^{N-1} B n_n \beta n_n \cos^2(\chi_n(j-0,5)) \right)^{-1}. \quad (7)$$

Вирази (6) та (7), елементи масивів сталих коефіцієнтів та переміщення ванти як жорсткого тіла дозволяють за формулами (1) – (3) визначати показники

напружено-деформованого стану ванти значної довжини з ушкодженням в перерізі її приєднання елементом армування.

Для вантового каната з тросами типу ГТК-3150 визначали показники напруженого стану. Троси діаметром 8,25 мм вважали укладеними з кроком рівним $1,2d$ в обох ортогональних напрямках. Кількість тросів в шарах приймали рівною кількості шарів. Зовнішнє навантаження прийняли таким, що забезпечувало середнє одиничне навантаження та трос. Отримані результати розглядали як розподіл коефіцієнта навантаження тросів. Розглянули два випадки – ушкоджено центральний та кутовий трос. Такі схеми відповідають крайнім випадкам. Перший – ушкоджений трос максимально віддалений від країв вантового каната. Другий – ушкоджений трос максимально віддалений від центрального. На рисунках наведені випадки навантаження середнього (рис. 1) та кутового (рис. 2) троса.

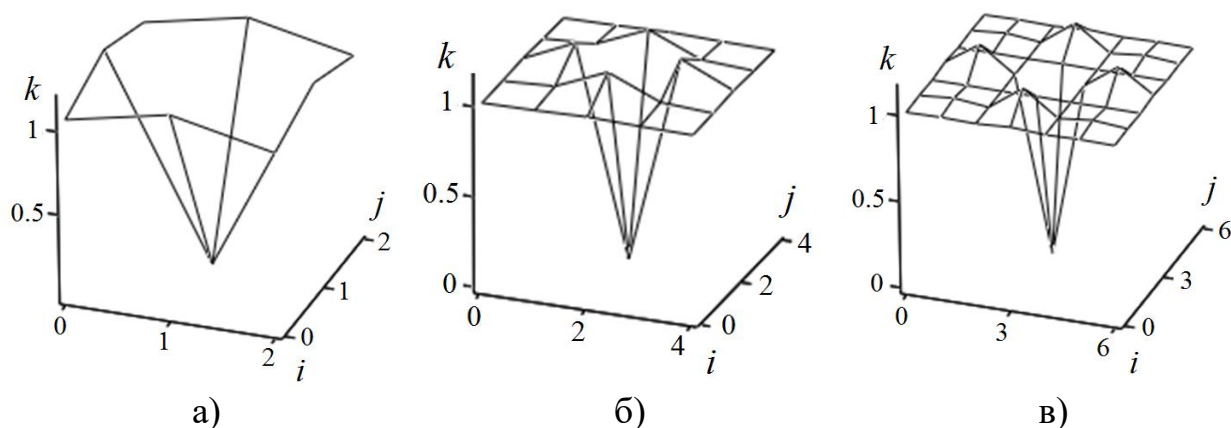


Рис.1. Розподіл коефіцієнтів навантаження k тросів з номерами j, i ванти з ушкодженням центральним тросом: ванта з дев'яти (а), двадцяти п'яти (б) та сорока дев'яти (в) тросів

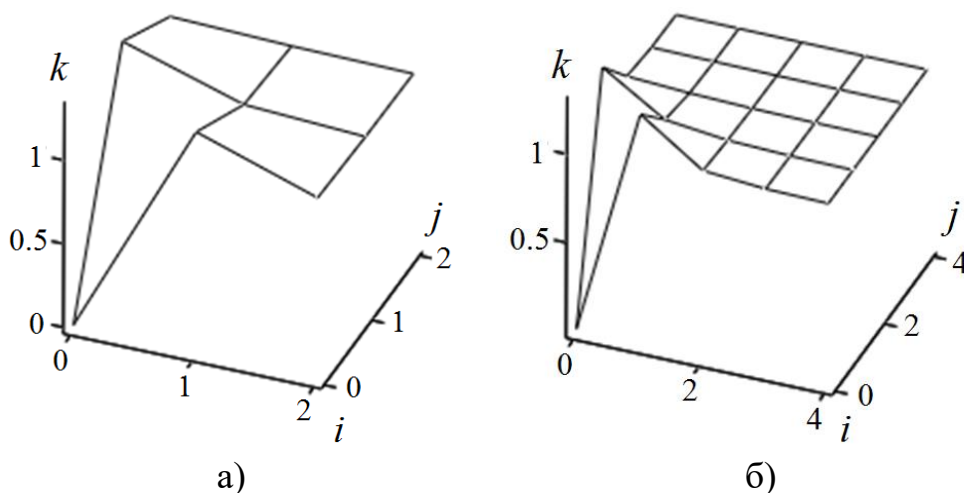


Рис. 2. Розподіл коефіцієнтів навантаження k тросів з номерами j, i ванти з ушкодженням кутовим тросом: ванта з дев'яти (а), двадцяти п'яти (б) тросів

Наведені графіки розподілу коефіцієнтів навантаження k тросів (рис. 1 та рис. 2) дозволяють зробити висновок, що ушкодження одного троса призводить до суттєвої зміни внутрішніх навантажень лише суміжних з ушкодженим тросів. Так, з ушкодженим центральним тросом, зміна навантажень припадає на суміжні чотири троси (рис. 1). У разі ушкодження кутового – їх два (рис. 2). Відповідно, в першому випадку ушкодження троса супроводжується зростанням навантаження суміжних тросів майже на 20 %, тоді як у другому випадку перевищує 31 %. Залежності максимальних значень коефіцієнтів навантаження тросів від їх кількості в канаті за характером збігаються. На рисунку 3 показані залежності максимальних коефіцієнтів навантаження тросів від кількості шарів тросів та тросів в шарах.

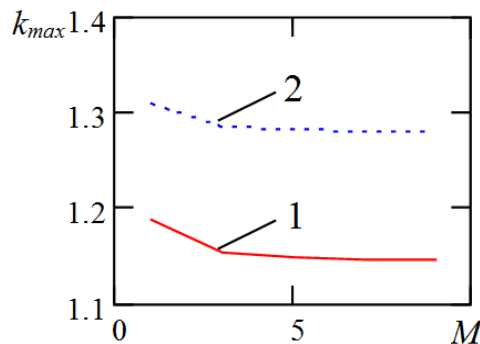


Рис. 3. Залежність максимальних коефіцієнтів навантаження тросів k_{max} з номерами j, i ванти з ушкодженим центральним 1 та кутовим 2 тросом від кількості шарів тросів ($N = M$) та тросів в шарах M

Наведене свідчить про більш суттєвий вплив розриву кутового троса вантового каната на втрату його тягової спроможності. В канаті в процесі експлуатації більш ймовірне руйнування кутового троса, ніж центрального. Він фактично відокремлений від зовнішнього впливу суміжними тросами, які його оточують. Такого оточення не має кутовий трос. З урахуванням більшої можливості руйнування кутового троса, більшого навантаження тросів, суміжних з ушкодженим, доцільно приймати мінімальний запас міцності вантового гумотросового каната з урахуванням впливу розриву неперервності кутового троса. Руйнування ванти можливо в будь-якому перерізі, включно, і в перерізі приєднання ванти до капітальної споруди. Умова міцності ванти з ушкодженим тросом має вигляд

$$P_{1,1} = E F \left[\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^{N-1} (A_{m,n} - B_{m,n}) \beta_{m,n} \cos(0,5\mu_m) \cos(0,5\chi_n) + \\ & + \sum_{m=1}^{M-1} (A_{m,m} - B_{m,m}) \beta_{m,m} \cos(0,5\mu_m) + \\ & + \sum_{n=1}^{N-1} (A_{n,n} - B_{n,n}) \beta_{n,n} \cos(0,5\chi_n) \end{aligned} \right] + P \leq [P].$$

Вище розглянуто випадок розриву одного троса. Разом з тим, розроблений метод визначення показників напружено-деформованого стану ванти та лінійна постановка задачі дозволяють шляхом пропорційного складання двох станів визначати напружений стан, коли один трос має проковзування у вузлі приєднання до споруди.

Висновки. Розглянуті дослідження щодо особливості умов експлуатації вантових канатів капітальних споруд, зокрема вантових мостів, не дозволяють визначати напружено-деформований стан багатошарового (вантового) тягового органа, що викликаний розривом троса.

Розроблено аналітичний алгоритм розрахунку напружено-деформованого стану багатошарового тягового органа з комплексним урахуванням його конструкції, механічних властивостей його складових з ушкодженим довільним тросом. Сформульована умова міцності.

Встановлено, що ушкодження одного троса призводить до суттєвої зміни внутрішніх навантажень лише суміжних з ушкодженим тросів. Більші зміни максимальних навантажень тросів виникають у разі розриву кутового троса, найменші – у разі розриву центрального. Характери залежності коефіцієнтів навантаження тросів від їх кількості в канаті з ушкодженим кутовим та центральним тросом якісно збігаються.

Метод розрахунку аналітичний, побудований на положеннях механіки пружного тіла. Отримані результати, в межах лінійної постановки, можна вважати достатньо достовірними.

Перелік посилань

1. Volokhovskii, V.Yu., Radin, V.P., & Rudyak, M.B. (2010). Kontsentratsiya usilii v trosakh i nesushchaya sposobnost rezinotrosovikh konveiernikh lent s povrezhdeniyami. *Vestnik MEI*, 5, 5–12.
2. Ropai, V.A. (2016). *Shakhtnie uravnoveshivayushchie kanati: monografiya*. Natsionalnii gornii universitet.
3. Belmas, I., & Kolosov, D. (2011). The stress-strain state of the stepped rubber-rope cable in bobbin of winding. *Technical and Geoinformational Systems in Mining*, 211–214.
<https://doi.org/10.1201/b11586-35>
4. Бондар, Н.В. (2019). *Міцність авіаційних оболонок із композитів з урахуванням робочого середовища та експлуатаційного пошкодження: дис. канд. техн. наук: 05.07.02*. Національний авіаційний університет.
5. Лепіхін, П.П., & Ромащенко, В.О. (2013). Методи та результати аналізу напружено-деформованого стану та міцності багатошарових товстостінних анізотропних циліндрів при динамічному навантаженні (огляд). Повідомлення 3. Феноменологічні критерії міцності. *Проблеми міцності*, 3, 24–41.
6. Cho, J. R., Yoon, Y. H., Seo, C. W., & Kim, Y. G. (2015). Fatigue life assessment of fabric braided composite rubber hose in complicated large deformation cyclic motion. *Finite Elements in Analysis and Design*, 100, 65–76.
<https://doi.org/10.1016/j.finel.2015.03.002>
7. Kwak, S.-B., & Choi, N.-S. (2009). Micro-damage formation of a rubber hose assembly for automotive hydraulic brakes under a durability test. *Engineering Failure Analysis*, 16(4), 1262–1269.
<https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2008.08.009>

8. Ларін О.О. (2016). Прогнозування надійності гумо-кордних високонапірних муфт трубопроводів. *Вісник Хмельницького національного університету*, 4 (239), 40-46.
9. Belmas, I., Kolosov, D., Bilous, O., & Onyshchenko, S. (2018). Stress-strain state of a conveyor belt with cables of different rigidity and their breakages. *Fundamental and applied researches in practice of leading scientific schools*, 26(2), 231–238.
10. Танцура, Г.І. (2010). *Гнучкі тягові органи. Стикові з'єднання конвеєрних стрічок*. ДДТУ.
11. Бельмас, І., Білоус, О., Танцура, Г., Сай, О., & Гупало, Ю. (2022). Вплив пориву троса на напружений стан гумотросового вантового канату. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*, (48), 42–52.
<https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2022-48-07>
12. Бельмас, І.В., Колосов, Д.Л., Онищенко, С.В., Білоус, О.І., Танцура, Г.І., & Черниш, П.В. (2022). Напружено-деформований стан композитного каната з урахуванням впливу нелінійності його деформування та розриву елемента армування. *Збірник наукових праць Національного гірничого університету*, 70, 99–106.
<https://doi.org/10.33271/crpnmu/70.099>

ABSTRACT

Purpose. Development of a calculation method for a stress-strain state of a multi-layer stay rope with a damaged cable in a cross-section of connection to a structure.

Methods. Solution of a well-known model of interaction of parallel cables connected through an elastic material for a case of continuity breakage of one cable in a cross-section of connection to a structure. The calculation method is analytical and based on principles of mechanics of an elastic body. The obtained results, within the limits of linear formulation, can be considered sufficiently reliable.

Findings. A calculation method for a stress-strain state of a multi-layer stay rope with a damaged cable is developed. It is established that continuity breakage of one cable leads to a significant change in internal loads on just the cables adjacent to the damaged one. Larger changes in the maximum cable loads occur in a case of continuity breakage of the corner cable, the smallest changes occur in a case of breakage in the central cable. Characters of a dependency of cable load coefficients on their number in a rope with a damaged corner and central cable coincide qualitatively. The condition of strength for a multi-layered stay rope with a damaged cable is formulated. A dependency of maximum load coefficients of stay rope cables with a damaged central and corner cable on a number of layers of cables and cables in layers is established.

Originality. An analytical algorithm for calculating a stress-strain state of a multi-layer tractive element with comprehensive consideration of its design, mechanical properties of its components with a damaged arbitrary cable is developed.

Practical significance. The developed method makes it possible to evaluate the influence of arbitrary cable breakage on tractive capacity of a stay rope and to consider it in the design process, which increases reliability of a capital structure, including a cable-stayed bridge. The developed method of determining the indicators of a stress-strain state of a stay rope and linear formulation of the problem make it possible to determine a stress state when one cable slips at a connection device to a structure by proportional addition of two stress states.

Keywords: multi-layer stay rope, stress-strain state, cable breakage, cross-section of connection to a structure.